

《数学大观》

二十一、秦九韶与《数书九章》

主讲人：青课



01

秦九韶的简介



秦九韶 (1202~1261) , 南宋著名数学家, 字道古, 自称鲁郡 (今山东曲阜、兗州一带) 人。

人们评论秦九韶 “性极机巧, 星象、音律、算术以至营造等事, 无不精究” , “游戏、毬、马、弓、剑, 莫不能知。”

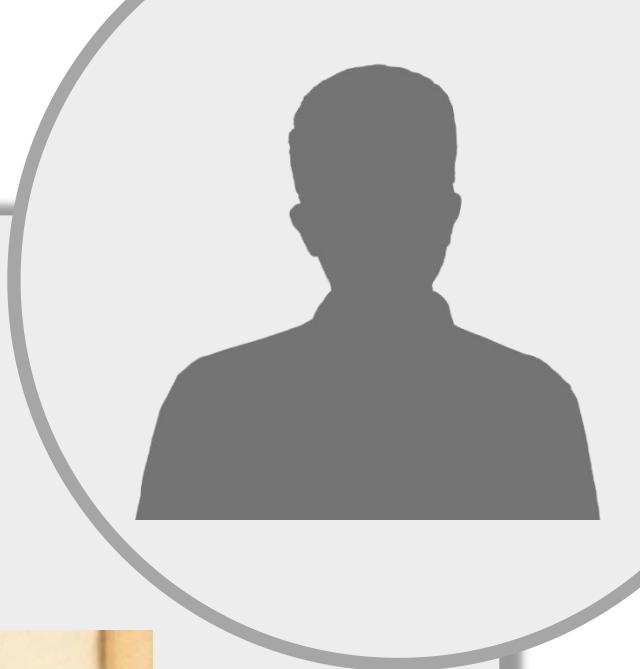




四川省秦九韶纪念馆

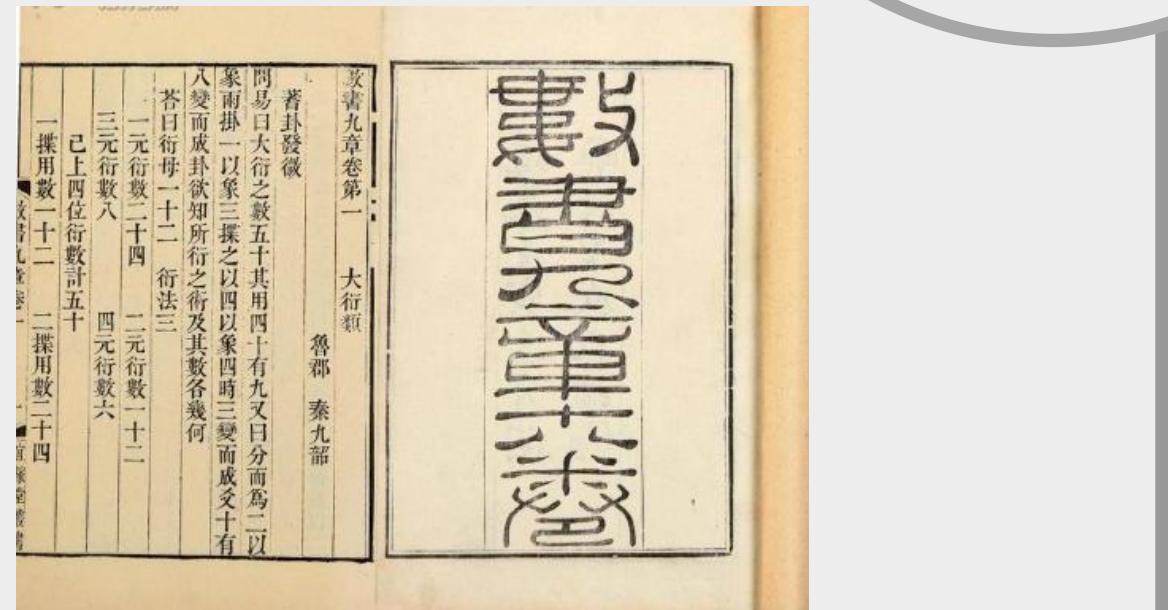


秦九韶在数学上的贡献是在1247年完成的《数学大略》18卷，明代后期该书改名为《数书九章》。



全书共81题，分为九大类：

- 大衍类：中国剩余定理。
 - 天时：有关历法推算，降雨、降雪量的计算等。
 - 田域类：土地面积问题。





全书共81题，分为**九大类**：

- 测望类：勾股重差问题。
- 赋役类：“均输”及税收问题。
- 钱谷类：粮谷转运和仓库粮仓等问题。
- 营建类：工程施工问题。
- 军旅类：营盘布置及军需供应等问题。
- 市易类：交易及利息计算等问题。

每类9题，内容包括一次同余式解法、
历法计算、降雨降雪量计算、面积计算、
勾股重差、均输税收、粮谷转运与仓库
容积、建筑施工、营盘布置及军需供应、
交易与利息等。



秦九韶认为，数术与传统算学在本质上是一致的，数术为大用，算学为小用，并都起源于河图洛书。

他的“设为问答以拟于用”的学术思想充分体现在《数书九章》。



02

秦九韶的数学贡献



1.一般高次方程的解法

一种求高次方程根的近似计算法，
我们称之为“秦九韶法”

秦九韶提出了“正负开方术”，并应用到任意次方的有理或无理根的求解上，他的成果比西方同类解法早近600年。



1.一般高次方程的解法

秦九韶为把“**随乘随加**”进行彻底，规定“**实常为负**”，将实与其它各项放在一起，组成一般的开方式，这相当于一个n次数字方程： $a_0x^n + a_1x^{n-1} + \dots + a_{n-1}x + a_n = 0$ ($a_0 \neq 0$, $a_n < 0$)

秦九韶用十进小数作为无理根的近似值。



2.建立一般线性方程组严整规范的算法

秦九韶改进了线性方程组的解法，普遍应用互乘相消法代替传统的直除法，同今天所用的方法完全一致。

他仍以分离系数法建构方程（今称增广矩阵），反复实施“化约——互乘——相消——化约”的机械化步骤，直至获得最终结果（今称化系数矩阵为单位矩阵）。

消元过程中出现负数时，先求其“适等”，再“直加”相消。



3.秦九韶一次同余式组完整解法程序的建立

他总结了历算家计算上元积年的方法，在《孙子算经》“物不知数”题的基础上，提出了“大衍求一术”与“大衍总数术”，世称“**中国剩余定理**”。

秦九韶“**大衍总数术**”讨论多个一次同余式的联立求解问题： $N \equiv R_i \pmod{A_i}$ ($i=1, 2, \dots, n$) (*)



4. 三斜求积公式



4.三斜求积公式

《数书九章》卷5第2题题意是：已知三角形地块的三边长分别为13步、14步、15步，求它的面积。

从中，秦九韶提出了“**三斜求积术**”。

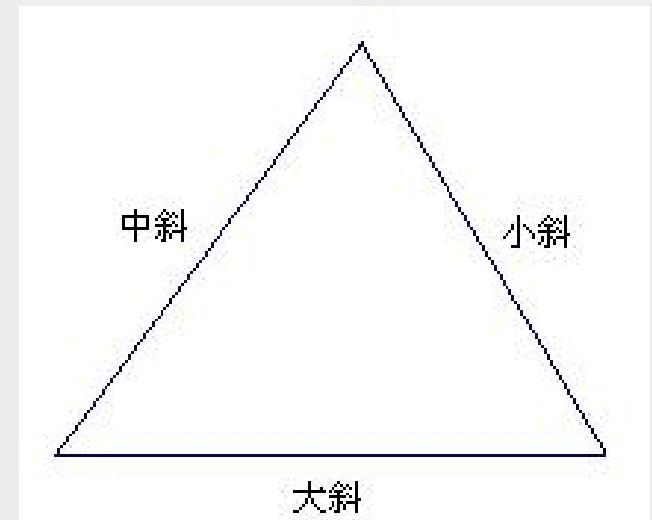
三斜求积术：即已知三角形三边之长求其面积的公式。



4.三斜求积公式

三角形的面积可用大斜、中斜、小斜的关系表示：

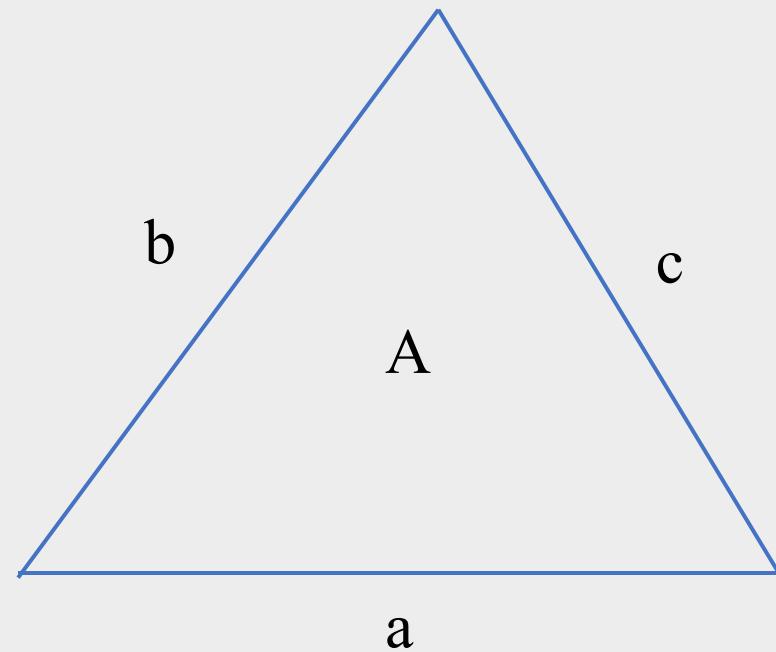
$$\text{面积}^2 = \frac{1}{4} \left[\text{小斜}^2 \times \text{中斜}^2 - \left(\frac{\text{大斜}^2 + \text{小斜}^2 - \text{中斜}^2}{2} \right)^2 \right]$$



4.三斜求积公式

设三角形面积为A，三边长分别为
a, b, c, ”，秦九韶的公式相当于：

$$A = \sqrt{\frac{1}{4} [a^2 b^2 - \left(\frac{a^2 + b^2 - c^2}{2}\right)^2]},$$



4. 三斜求积公式

三斜求积公式与古希腊著名的海伦公式是等价的。

$$(A = \sqrt{s(s - a)(s - b)(s - c)}, \text{ 其中 } s = \frac{a + b + c}{2})$$

感谢聆听

