

# 《数学大观》

## 二十一、秦九韶与《数书九章》

主讲人：青课



01

## 秦九韶的简介



**秦九韶**（1202~1261），南宋著名数学家，字道古，自称鲁郡（今山东曲阜、兖州一带）人。

人们评论秦九韶“性极机巧，星象、音律、算术以至营造等事，无不精究”，“游戏、毬、马、弓、剑，莫不能知。”





四川省秦九韶纪念馆

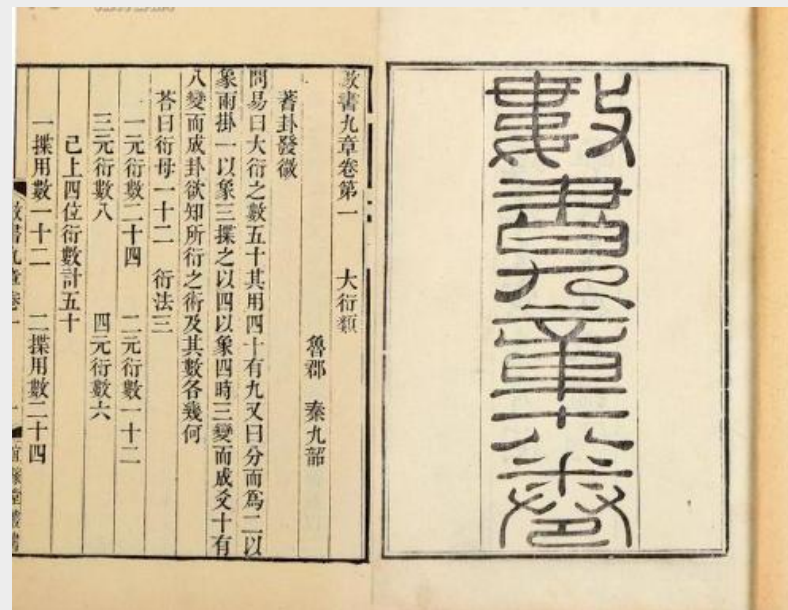




秦九韶在数学上的贡献是在1247年完成的《数学大略》18卷，明代后期该书改名为《数书九章》。

全书共81题，分为**九大类**：

- 大衍类：中国剩余定理。
- 天时：有关历法推算，降雨、降雪量的计算等。
- 田域类：土地面积问题。





全书共81题，分为**九大类**：

- 测望类：勾股重差问题。
- 赋役类：“均输”及税收问题。
- 钱谷类：粮谷转运和仓库粮仓等问题。
- 营建类：工程施工问题。
- 军旅类：营盘布置及军需供应等问题。
- 市易类：交易及利息计算等问题。

**每类9题**，内容包括一次同余式解法、历法计算、降雨降雪量计算、面积计算、勾股重差、均输税收、粮谷转运与仓窖容积、建筑施工、营盘布置及军需供应、交易与利息等。



秦九韶认为，数术与传统算学在本质上是一致的，数术为大用，算学为小用，并都起源于河图洛书。

他的“设为问答以拟于用”的学术思想充分体现在《数书九章》。





02

## 秦九韶的数学贡献



## 1.一般高次方程的解法

一种求高次方程根的近似算法，  
我们称之为“秦九韶法”

秦九韶提出了“正负开方术”，并应用到任意次方的有理或无理根的求解上，他的成果比西方同类解法早近600年。



## 1.一般高次方程的解法



秦九韶为把“随乘随加”进行彻底，规定“实常为负”，将实与其它各项放在一起，组成一般的开方式，这相当于一个n次数字方程： $a_0x^n + a_1x^{n-1} + \dots + a_{n-1}x + a_n = 0$ （ $a_0 \neq 0$ ， $a_n < 0$ ）

秦九韶用十进小数作为无理根的近似值。



## 2.建立一般线性方程组严整规范的算法

秦九韶改进了线性方程组的解法，普遍应用**互乘相消法**代替传统的直除法，同今天所用的方法完全一致。

他仍以**分离系数法**建构方程（今称**增广矩阵**），反复实施“化约——互乘——相消——化约”的机械化步骤，直至获得最终结果（今称化系数矩阵为**单位矩阵**）。

消元过程中出现负数时，先求其“适等”，再“直加”相消。

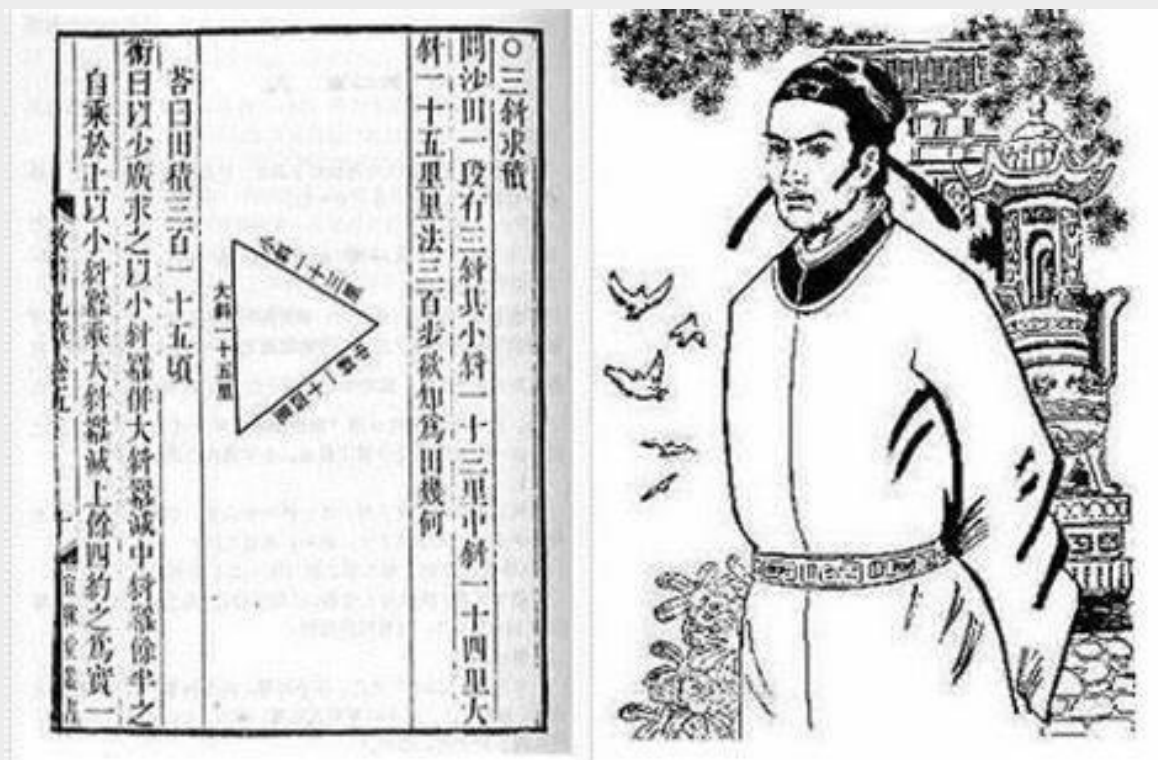


### 3.秦九韶一次同余式组完整解法程序的建立

他总结了历算家计算上元积年的方法，在《孙子算经》“物不知数”题的基础上，提出了“大衍求一术”与“大衍总数术”，世称“**中国剩余定理**”。

秦九韶“**大衍总数术**”讨论多个一次同余式的联立求解问题：
$$N \equiv R_i \pmod{A_i} \quad (i=1, 2, \dots, n) \quad (*)$$

## 4.三斜求积公式





## 4.三斜求积公式

《数书九章》卷5第2题题意是：已知三角形地块的三边长分别为13步、14步、15步，求它的面积。

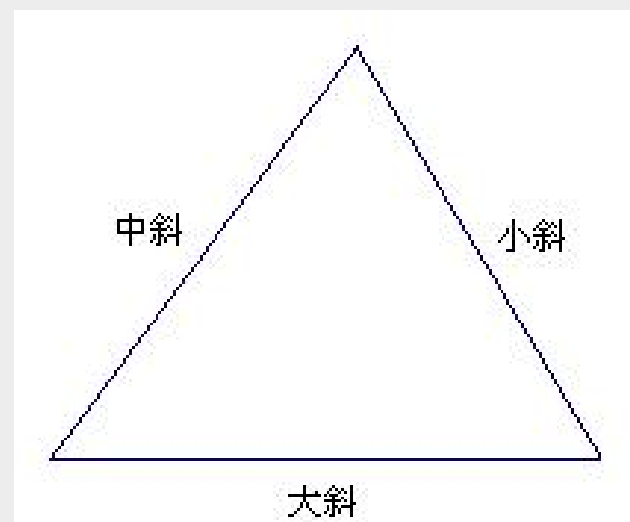
从中，秦九韶提出了“三斜求积术”。

三斜求积术：即已知三角形三边之长求其面积的公式。

## 4.三斜求积公式

三角形的面积可用大斜、中斜、小斜的关系表示：

$$\text{面积}^2 = \frac{1}{4} \left[ \text{小斜}^2 \times \text{中斜}^2 - \left( \frac{\text{大斜}^2 + \text{小斜}^2 - \text{中斜}^2}{2} \right)^2 \right]$$

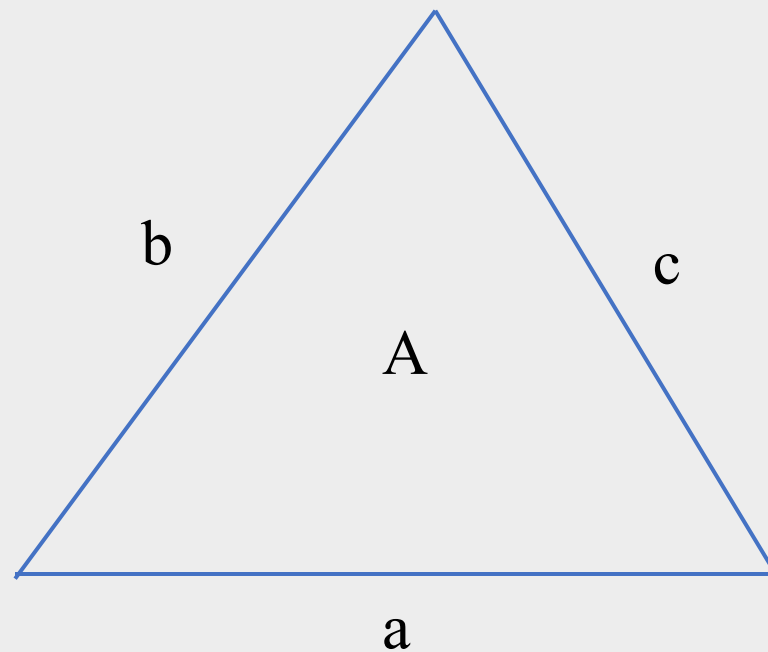




## 4.三斜求积公式

设三角形面积为 $A$ ，三边长分别为 $a, b, c$ ，”，秦九韶的公式相当于：

$$A = \sqrt{\frac{1}{4} \left[ a^2 b^2 - \left( \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2} \right)^2 \right]},$$





## 4.三斜求积公式

三斜求积公式与古希腊著名的**海伦公式**是等价的。

$$(A = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}, \text{ 其中 } s = \frac{a+b+c}{2})$$

感谢聆听

